第５講　２次関数(1)

例題５－１

次の２次関数のグラフをかけ．また，その頂点の座標と軸の方程式を求めよ．

(1)　$y=3(x-1)^2+2$　　(2)　$y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+3$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題５－１

次の２次関数のグラフをかけ．また，その頂点の座標と軸の方程式を求めよ．

(1)　$y=2(x+2)^2-1$

(2)　$y=-(x-1)^2-1$

(3)　$y=x^2-1$

(4)　$y=-\dfrac{1}{3}(x+2)^2$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題5－2

次の2次関数の頂点の座標と軸の方程式を求めよ.

(1)　$y=x^2+4x+2$　　(2)　$y=-2x^2+2x+1$

【Point Pickup】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題５－２

次の２次関数の頂点の座標と軸の方程式を求めよ.

(1)　$y=x^2+x+1$

(2)　$y=-3x^2+6x-3$

(3)　$y=2x^2+3x+4$

(4)　$y=-\frac{1}{3}x^2-x-6$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題５－３

(1)　2 次関数 $f(x)=x^2-x+1$ について，$f(1)$，$f\left(-\frac{1}{2}\right)$，$f(a+1)$ の値を求めよ．

(2)　次の 2 次関数に最大値，最小値があればそれを求めよ．

(ア)　$y=3x^2+2$　　(イ)　$f(x)=-x^2+2x+2$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題５－３

(1)　2 次関数 $f(x)=2x^2-3x+1$ について，$f(0)$，$f(-2)$，$f(a-2)$ の値を求めよ．

(2)　次の 2 次関数に最大値，最小値があればそれを求めよ．

(ア)　$y=x^2+5x+4$　　(イ)　$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+3x+4$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題５－４

関数 $f(x)=x^2+2x-1$ について，次の定義域における最大値，最小値を求めよ．

(1)　$-4 \leqq x \leqq -2$　　(2)　$-3 \leqq x \leqq 0$　　(3)　$-2 \leqq x \leqq 1$　　(4)　$0 \leqq x \leqq 3$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題５－４

関数 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{3}{2}$ について，次の定義域における最大値，最小値を求めよ．

(1)　$4\leqq x\leqq 5$　　(2)　$1\leqq x\leqq 4$　　(3)　$0\leqq x\leqq 3$　　(4)　$-1\leqq x\leqq 0$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第5講　2次関数(1)

(1)　次の放物線の頂点の座標を求めよ．

（i）　$y=-x^2-4x+1$

頂点 $(-$ ア $,$ イ $)$

（ii）　$y=2x^2-5x+2$

頂点 $\left(\dfrac{\text{ウ}}{\text{エ}},\ -\dfrac{\text{オ}}{\text{カ}}\right)$

(2)　次の2次関数の最大値，最小値を求めよ．

（i）　$y=2x^2+4x-1$　$(-2\leqq x\leqq 1)$　　最大値 キ　　最小値 $-$ ク

（ii）　$f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+x-3$　$(-2\leqq x\leqq 0)$　　最大値 $-$ ケ　　最小値 $-$ コ

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

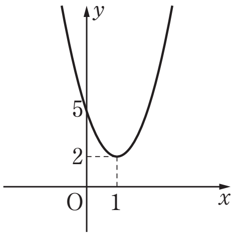
第５講　２次関数(1)

例題５－１

次の２次関数のグラフをかけ．また，その頂点の座標と軸の方程式を求めよ．

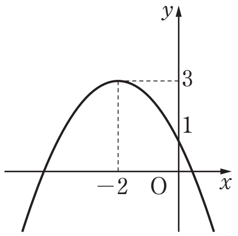
(1)　$y=3(x-1)^2+2$　　　　(2)　$y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+3$

(1)



頂点 (1, 2)　　軸　$x=1$

(2)



頂点 (−2, 3)　　軸　$x=-2$

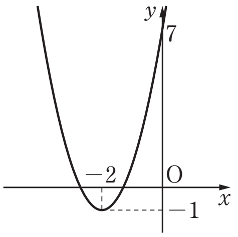
類題５－１

次の２次関数のグラフをかけ．また，その頂点の座標と軸の方程式を求めよ．

(1)　$y=2(x+2)^2-1$　　　　(2)　$y=-(x-1)^2-1$

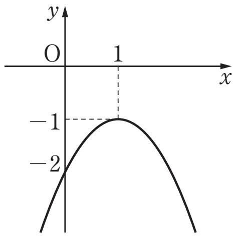
(3)　$y=x^2-1$　　　　(4)　$y=-\frac{1}{3}(x+2)^2$

(1)



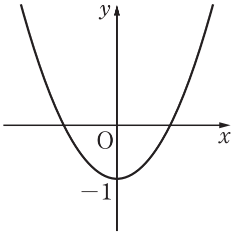
頂点 (−2, −1)　　軸　$x=-2$

(2)



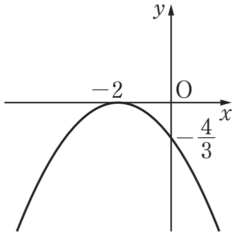
頂点 (1, −1)　　軸　$x=1$

(3)



頂点 (0, −1)　　軸　$x=0$

(4)



頂点 (−2, 0)　　軸　$x=-2$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題５－２

次の２次関数の頂点の座標と軸の方程式を求めよ.

(1)　$y=x^2+4x+2$　　(2)　$y=-2x^2+2x+1$

(1)　$y=x^2+4x+2=(x+2)^2-4+2=(x+2)^2-2$　　**頂点** $\boldsymbol{(-2,\ -2)}$　　**軸**　$\boldsymbol{x=-2}$

(2)　$y=-2x^2+2x+1=-2(x^2-x)+1$

$$=-2\left\{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\right\}+1$$

$$=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}+1=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$$

頂点 $\boldsymbol{\left(\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}\right)}$　　**軸**　$\boldsymbol{x=\frac{1}{2}}$

類題５－２

次の２次関数の頂点の座標と軸の方程式を求めよ.

(1)　$y=x^2+x+1$　　(2)　$y=-3x^2+6x-3$

(3)　$y=2x^2+3x+4$　　(4)　$y=-\frac{1}{3}x^2-x-6$

(1)　$y=x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$　**頂点** $\boldsymbol{\left(-\frac{1}{2},\ \frac{3}{4}\right)}$　　**軸**　$\boldsymbol{x=-\frac{1}{2}}$

(2)　$y=-3x^2+6x-3=-3(x^2-2x)-3$

$$=-3\{(x-1)^2-1\}-3$$

$$=-3(x-1)^2+3-3=-3(x-1)^2$$

頂点 $\boldsymbol{(1,\ 0)}$　　**軸**　$\boldsymbol{x=1}$

(3)　$y=2x^2+3x+4=2\left(x^2+\frac{3}{2}x\right)+4$

$$=2\left\{\left(x+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{16}\right\}+4$$

$$=2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{8}+4=2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2+\frac{23}{8}$$

頂点 $\boldsymbol{\left(-\frac{3}{4},\ \frac{23}{8}\right)}$　　**軸**　$\boldsymbol{x=-\frac{3}{4}}$

(4)　$y=-\frac{1}{3}x^2-x-6=-\frac{1}{3}(x^2+3x)-6$

$$=-\frac{1}{3}\left\{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right\}-6$$

$$=-\frac{1}{3}\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}-6=-\frac{1}{3}\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{21}{4}$$

頂点 $\boldsymbol{\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{21}{4}\right)}$　　**軸**　$\boldsymbol{x=-\frac{3}{2}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題５－３

(1)　2 次関数 $f(x)=x^2-x+1$ について，$f(1)$，$f\left(-\frac{1}{2}\right)$，$f(a+1)$ の値を求めよ．

(2)　次の 2 次関数に最大値，最小値があればそれを求めよ．

(ア)　$y=3x^2+2$　　(イ)　$f(x)=-x^2+2x+2$

(1)　$f(x)=x^2-x+1$ について

$f(1)=1^2-1+1=\mathbf{1}$　　$f\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)+1=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1=\mathbf{\frac{7}{4}}$

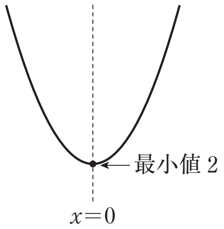
$f(a+1)=(a+1)^2-(a+1)+1=a^2+2a+1-a-1+1=\boldsymbol{a^2+a+1}$

(2)(ア)　$y=3x^2+2$

グラフは下に凸　　頂点の座標は $(0,\ 2)$

よって　**最大値はない**

最小値は　$x=0$ のとき　**2**

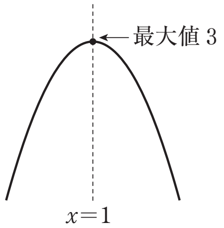


(イ)　$f(x)=-x^2+2x+2=-(x-1)^2+3$

グラフは上に凸　　頂点の座標は $(1,\ 3)$

よって　**最大値は**　$\boldsymbol{f(1)=3}$

最小値はない



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題５－３

(1)　2 次関数 $f(x)=2x^2-3x+1$ について，$f(0)$，$f(-2)$，$f(a-2)$ の値を求めよ．

(2)　次の 2 次関数に最大値，最小値があればそれを求めよ．

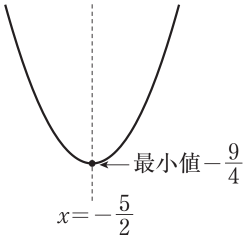
(ア)　$y=x^2+5x+4$　　　(イ)　$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+3x+4$

(1)　$f(x)=2x^2-3x+1$ について

$f(0)=2\cdot 0^2-3\cdot 0+1=\mathbf{1}$　　　$f(-2)=2(-2)^2-3(-2)+1=8+6+1=\mathbf{15}$

$f(a-2)=2(a-2)^2-3(a-2)+1=\boldsymbol{2a^2-11a+15}$

(2)(ア)　$y=x^2+5x+4=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

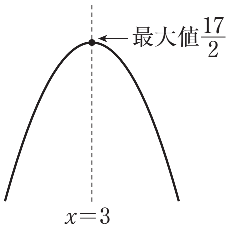


グラフは下に凸　　頂点の座標は $\left(-\frac{5}{2},\ -\frac{9}{4}\right)$

よって　**最大値はない**

最小値は　$x=-\frac{5}{2}$ のとき　$\boldsymbol{-\frac{9}{4}}$

(イ)　$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+3x+4=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{17}{2}$



グラフは上に凸　　頂点の座標は $\left(3,\ \frac{17}{2}\right)$

よって　**最大値は** $\boldsymbol{f(3)=\frac{17}{2}}$

最小値はない

例題５－４

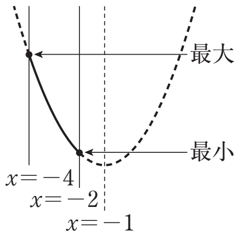
関数 $f(x)=x^2+2x-1$ について，次の定義域における最大値，最小値を求めよ．

(1)　$-4\leqq x\leqq -2$　　(2)　$-3\leqq x\leqq 0$　　(3)　$-2\leqq x\leqq 1$　　(4)　$0\leqq x\leqq 3$

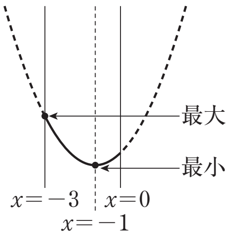
$f(x)=x^2+2x-1=(x+1)^2-2$　　軸　$x=-1$

(1)～(4)におけるグラフは以下．

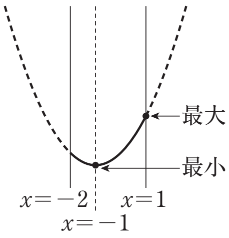
(1)



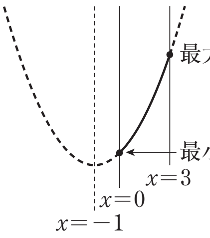
(2)



(3)



(4)



(1)　最大値　$f(-4)=\mathbf{7}$　　　最小値　$f(-2)=\mathbf{-1}$

(2)　最大値　$f(-3)=\mathbf{2}$　　　最小値　$f(-1)=\mathbf{-2}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(3)　最大値　$f(1)=\mathbf{2}$　　最小値　$f(-1)=\mathbf{-2}$

(4)　最大値　$f(3)=\mathbf{14}$　　最小値　$f(0)=\mathbf{-1}$

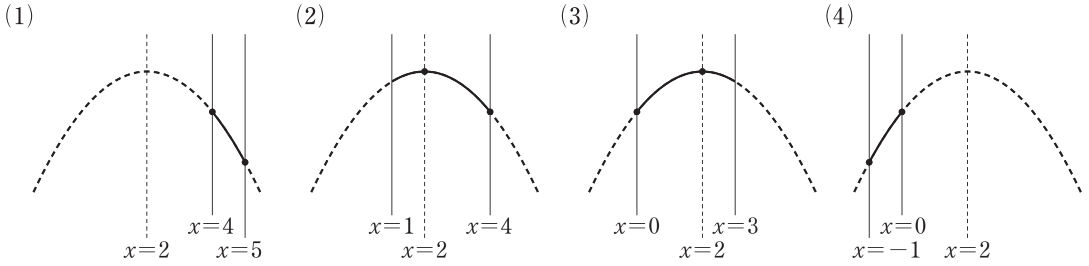
類題５－４

関数 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{3}{2}$ について，次の定義域における最大値，最小値を求めよ．

(1)　$4 \leqq x \leqq 5$　　(2)　$1 \leqq x \leqq 4$　　(3)　$0 \leqq x \leqq 3$　　(4)　$-1 \leqq x \leqq 0$

$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}(x-2)^2+\frac{7}{2}$　　軸　$x=2$

(1)～(4)におけるグラフは以下．



(1)　最大値　$f(4)=\mathbf{\frac{3}{2}}$　　最小値　$f(5)=\mathbf{-1}$

(2)　最大値　$f(2)=\mathbf{\frac{7}{2}}$　　最小値　$f(4)=\mathbf{\frac{3}{2}}$

(3)　最大値　$f(2)=\mathbf{\frac{7}{2}}$　　最小値　$f(0)=\mathbf{\frac{3}{2}}$

(4)　最大値　$f(0)=\mathbf{\frac{3}{2}}$　　最小値　$f(-1)=\mathbf{-1}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第５講　２次関数(1)

(1)　次の放物線の頂点の座標を求めよ.

（i）　$y=-x^2-4x+1$

頂点 (− ア , イ)

（ii）　$y=2x^2-5x+2$

頂点 $\left(\dfrac{\text{ウ}}{\text{エ}},\ -\dfrac{\text{オ}}{\text{カ}}\right)$

(2)　次の２次関数の最大値，最小値を求めよ.

（i）　$y=2x^2+4x-1$　$(-2\leqq x\leqq 1)$　最大値 キ　最小値 − ク

（ii）　$f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+x-3$　$(-2\leqq x\leqq 0)$　最大値 − ケ　最小値 − コ

解答例

(1)(i)　$y=-x^2-4x+1=-(x^2+4x)+1=-\{(x+2)^2-4\}+1=-(x+2)^2+5$

よって　頂点の座標は　$(\mathbf{-2,\ 5})$

(ii)　$y=2x^2-5x+2=2\left(x^2-\dfrac{5}{2}x\right)+2=2\left\{\left(x-\dfrac{5}{4}\right)^2-\dfrac{25}{16}\right\}+2=2\left(x-\dfrac{5}{4}\right)^2-\dfrac{9}{8}$

よって　頂点の座標は　$\left(\mathbf{\dfrac{5}{4},\ -\dfrac{9}{8}}\right)$

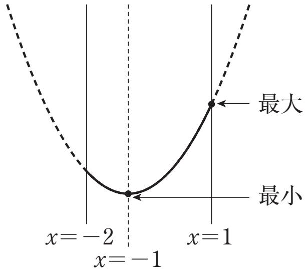
(2)(i)　$y=2x^2+4x-1=2(x^2+2x)-1$

$=2\{(x+1)^2-1\}-1=2(x+1)^2-3$　　軸　$x=-1$

よって　$-2\leqq x\leqq 1$　において

$x=1$ のとき　最大値　**5**

$x=-1$ のとき　最小値　**−3**



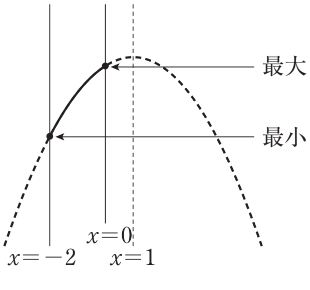
(ii)　$f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+x-3=-\dfrac{1}{2}(x^2-2x)-3$

$=-\dfrac{1}{2}\{(x-1)^2-1\}-3=-\dfrac{1}{2}(x-1)^2-\dfrac{5}{2}$　　軸　$x=1$

よって　$-2\leqq x\leqq 0$　において

最大値　$f(0)=\mathbf{-3}$

最小値　$f(-2)=\mathbf{-7}$



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。